

**POLITECHNIKA KRAKOWSKA**  
**im. Tadeusza Kościuszki**  
WYDZIAŁ INŻYNIERII ELEKTRYCZNEJ I KOMPUTEROWEJ

**STRESZCZENIE**  
**PRACY DOKTORSKIEJ**

**METROLOGICZNA OCENA DOKŁADNOŚCI SYSTEMÓW  
PRZEZNACZONYCH DO POMIARÓW DYNAMICZNYCH  
I JEJ REALIZACJA NA WYBRANYCH PRZYKŁADACH**

Autor  
mgr inż. Marek Sieja

Promotor  
prof. dr hab. inż. Edward Layer

Kraków, 20 maja 2016

## 1. Wprowadzenie

Problematyka wzorcowania jest wyróżniającą się dziedziną metrologii, dotyczącą oceny dokładności przyrządów, przetworników lub całych systemów pomiarowych przeznaczonych do pomiaru różnych wielkości fizycznych.

Wśród wielu innych, na wyróżnienie zasługują tutaj zagadnienia związane z:

- wyznaczaniem błędów,
- hierarchiami wzorców,
- układami sprawdzań.

Kontrolę prawidłowości działań w zakresie problematyki wzorcowania sprawują odnośne instytucje państwowe. W Polsce taką instytucją jest GUM (Główny Urząd Miar) znajdujący się w Warszawie przy ul. Elektoralnej 2 współpracujący, podobnie jak inne kraje EU, z OIML (International Organization of Legal Metrology) z siedzibą w Paryżu, której zadaniem jest, na poziomie międzynarodowym, ustalanie i koordynowanie administracyjnych i technicznych przepisów dotyczących pomiarów i przyrządów pomiarowych. GUM podlega 9 okręgowych urzędów miar w: Bydgoszczy, Gdańsku, Łodzi, Katowicach, Krakowie, Poznaniu, Szczecinie, Warszawie i Wrocławiu oraz 58 obwodowych urzędów miar, których zadaniem jest sprawowanie prawnej kontroli metrologicznej a więc kontroli stosowania urzędowo ustalonych wymagań technicznych opartych o obowiązujące przepisy prawne. (Dz.U. 2010 nr 56 poz. 341). Wymagania takie, dotyczące systemów przeznaczonych do pomiarów wielkości statycznych czyli takich, których wielkość mierzona jest stała w czasie, zostały od dawna opracowane i są powszechnie stosowane w praktyce. Obowiązują tutaj dobrze funkcjonujące hierarchie wzorców, siatki sprawdzań i algorytmy propagacji błędów. Przykładowe hierarchie wzorców dotyczące napięcia elektrycznego stałego przedstawiają się następująco: kwantowe wzorce pierwotne (oparte na stałych fizycznych), z którymi porównywane są w sposób bezpośredni wzorce wtórne, stanowiące wzorce odniesienia laboratoriów wzorcujących. Dla napięcia elektrycznego są nimi wysokiej klasy półprzewodnikowe źródła napięcia. Od wzorców wtórnych jednostka miary przekazywana jest na przyrządy pomiarowe wysokiej klasy. Z nimi porównywane są przyrządy pomiarowe. [Dudek E., Mosiądz M., Orzepowski M.: Wzorce wielkości elektrycznych oparte na zjawiskach kwantowych. GUM, Warszawa, 2009].

Zgoła odmiennie wygląda kwestia wzorcowania systemów przeznaczonych do pomiarów sygnałów dynamicznie zmiennych. Łatwo zauważyć tutaj brak opracowań zarówno teoretycznych jak i praktycznych aplikacji, a omawiane w literaturze metody wyznaczania błędów takich systemów cechuje duża różnorodność, wynikająca najczęściej z indywidualnej inwencji metrologów. Wydaje się, że sytuacja taka jest spowodowana głównie trudnościami w wyznaczaniu błędu w przypadku istnienia nieskończonego zbioru możliwych sygnałów mierzonych a także różnorodnych kryteriów błędu i braku wzorców. W konsekwencji w przedmiotowej literaturze spotykamy się z wykorzystywaniem standardowych sygnałów wejściowych i różnorodnych kryteriów błędu oraz zasadniczo dosyć dowolnej interpretacji uzyskanych wyników. Warto podkreślić, że wielu autorów w swoich pracach z dziedziny pomiarów dynamicznych zwraca jednak uwagę na fakt, że uzyskane wyniki zależą od wyboru klasy sygnałów wejściowych. Możemy zatem stwierdzić, że w przypadku aparatury przeznaczonej do pomiarów sygnałów dynamicznych nie opracowano jakiejś jednej, uniwersalnej metody wyznaczania jej błędów, a której zastosowanie zapewniałoby wzajemną porównywalność uzyskiwanych wyników. Nie został także rozwiązany główny problem doboru sygnałów oraz wzorców.

## 2. Teza pracy

Brak opracowań oraz wytycznych dotyczących wyznaczania błędów generowanych przez systemy przeznaczone do pomiarów dynamicznych, a tym samym określania ich dokładności pomiaru, stał się inspiracją do zainteresowania się przeze mnie tą tematyką i podjęcia próby rozwiązania powyższego problemu na przykładzie piezoelektrycznych przetworników drgań. Wrazem tej próby jest następująca teza mojej rozprawy:

**Istnieje możliwość wyznaczania błędów generowanych przez systemy pomiarowe przeznaczone do pomiarów dynamicznych w taki sposób, aby uzyskany wynik zapewniał ich wzajemną metrologiczną porównywalność, a zatem aby odpowiadał pozytywnie na następujące pytania:**

- **jaki błąd dynamiczny, niezależnie od kształtu mierzonego sygnału, może być generowany przez system pomiarowy w trakcie pomiaru,**
- **który system pomiarowy mierzy z mniejszym, a który z większym błędem,**
- **czy istnieje możliwość ustalania hierarchii dokładności podobnych systemów pomiarowych niezależnie od ich odmiennych danych znamionowych i konstrukcyjnych oraz różnych zakresów pracy.**

Wykazanie pozytywnej odpowiedzi na przedstawione w tezie pytania przeprowadziłem korzystając z powszechnie stosowanej metody oceny dokładności i klasyfikacji systemów przeznaczonych do pomiarów statycznych w oparciu o ich klasę czyli błąd maksymalny. W dalszych rozdziałach pracy, na przykładzie akcelerometrów piezoelektrycznych, przedstawię poszczególne etapy i rozwiązania, które umożliwiły mi wykazanie postawionej tezy.

## 3. Zakres pracy

Zakres pracy obejmuje:

- Literaturowy przegląd stosowanych metod wyznaczania błędów dynamicznych.
- Propozycję rozwiązania problemu obliczania błędów dynamicznych zgodnie z normą JCGM 100:2008 w oparciu o matematyczny model badanego systemu, ograniczenia nakładane na sygnał wzorcujący i założone kryteria błędu.
- Syntezę modeli badanych akcelerometrów.
- Przyjęcie modeli wzorców.
- Założenie postaci kryteriów błędu.
- Wyznaczanie sygnałów wzorcujących.
- Określenie ograniczeń nałożonych na sygnały wzorcujące.
- Procedury i obliczenia zastosowane przy wyznaczaniu błędów.
- Rozwiązania szczegółowe - przedstawienie algorytmów.
- Przedstawienie wyników badań i ustalenie hierarchii dokładności badanych akcelerometrów.
- Wnioski.

## 4. Układ pracy

We wstępie i rozdziałach 1-3 przedstawiłem metody i procedury wyznaczania błędów w pomiarach wielkości statycznych i dynamicznych. Analiza tych metod prowadzi do wniosku, że w przypadku pomiarów dynamicznych nie istnieją jednolite, spójne sposoby wyznaczania błędów oraz hierarchie dokładności systemów przeznaczonych do tego typu pomiarów.

Brak ten spowodował moje zainteresowanie się tematyką błędów dynamicznych oraz poszukiwaniem rozwiązań umożliwiających ustalenie hierarchii dynamicznej dokładności systemów

przeznaczonych do pomiarów wielkości zmiennych w czasie. W efekcie, istotę mojej pracy, zawartą w tezie, stanowi stwierdzenie, że istnieje możliwość wyznaczania błędów generowanych przez systemy pomiarowe przeznaczone do pomiarów dynamicznych w taki sposób, aby uzyskany wynik zapewniał ich wzajemną metrologiczną porównywalność.

W rozdziale 4 zawarty jest literaturowy przegląd stosowanych metod wyznaczania błędów dynamicznych. Jej analiza dotyczy 16 pozycji łącznie z normą JCGM 100:2008. Jednak żadna z wyszczególnionych pozycji nie przedstawia procedur umożliwiających wyznaczenie sygnałów wzorcujących oraz metod ustalania hierarchii dynamicznej dokładności omawianych systemów. Nie wypowiada się także odnośnie do kształtu sygnałów wzorcujących, rozkładu widma, czy przedziału czasu w jakim winno się wyznaczać błędy dynamiczne.

W rozdziale 5 przedstawiona została ogólna koncepcja obliczania błędów maksymalnych, w oparciu o matematyczny model badanego systemu, ograniczenia nakładane na sygnał wzorcujący i założone kryteria błędu. Przedstawione zostały metody analityczne i algorytmy umożliwiające ich obliczanie.

W rozdziale 6 przedstawione zostały matematyczne modele akcelerometrów piezoelektrycznych oraz z masą sejsmiczną oraz. Zamieszczone zostały również podstawowe ich dane i parametry.

Rozdział 7 dotyczy sposobu realizacji modelu wzorca, stanowiącego odniesienie do wyznaczenia błędów. Przyjęto założenie, że wzorzec dla obu kryteriów będzie stanowił filtr Butterwortha 15 rzędu.

Rozdział 8 dotyczy parametrycznej identyfikacji akcelerometrów. Ze względu na fakt, że tylko poprawnie przeprowadzona identyfikacja może zapewnić pozytywny wynik wzorcowania przyjęto założenie, że przedstawiona w pracy identyfikacja dotyczyć będzie obu charakterystyk częstotliwościowych. W związku z tym przedstawiono literaturowy przegląd odnośnych procedur, które jak się okazało oparte są głównie o algorytm Levenberga-Marquardta (L-M). Algorytm ten umożliwi identyfikację wykorzystującą wyłącznie charakterystykę amplitudowo częstotliwościową. W celu poprawienia jakości identyfikacji zaproponowałem jej dokonywanie w oparciu o równoczesne wykorzystywanie charakterystyk amplitudowo częstotliwościowej oraz fazowo częstotliwościowej. W tym celu opracowałem nowy algorytm wykorzystującą oprócz algorytmu (L-M) dodatkowo metodę Monte Carlo, zalecaną przez GUM.

Rozdziały 9 i 10 przedstawiają procedury wykorzystane do obliczeń błędów, w których wykorzystano zarówno metody algorytmu genetycznego oraz rozwiązania analityczne. Odnoszą się one do przypadku sygnałów wzorcujących z jednym i z dwoma ograniczeniami dotyczącymi amplitudy i prędkości narastania. Przedstawiono metodę wyznaczania wartości tych ograniczeń.

W rozdziale 11 omówione zostały wyniki identyfikacji parametrycznej trzech akcelerometrów z wyjściem napięciowym: ALTHEN 731-207, DJB A/1800/TC, PCB 393B05 oraz sześciu akcelerometrów z wyjściem ładunkowym: B&K 4370, DJB A/29, PCB 357B83, B&K 4384, DJB A/23, DYTRAN 3220C1. Identyfikacja zrealizowana została za pomocą powszechnie dyktowanej do identyfikacji akcelerometrów metody „back-to-back”.

W rozdziałach 12 i 13 przedstawione zostały charakterystyki błędów całkowo-kwadratowego i bezwzględnego w funkcji czasu powyższych akcelerometrów. Na ich podstawie zostały zaproponowane hierarchie dynamicznej dokładności.

## 5. Ogólna koncepcja obliczania błędów zgodnie z normą JCGM 100:2008 w oparciu o matematyczny model badanego przetwornika, ograniczenia nakładane na sygnał wzorcujący i założone kryteria błędu

Wyznaczenie jakiegokolwiek błędu jest możliwe pod warunkiem określenia jego kryterium oraz sygnału wejściowego generującego ten błąd. Wzorcowanie aparatury pomiarowej przeznaczonej do pomiarów statycznych polega zasadniczo na wyznaczeniu maksymalnej wartości błędu, która odniesiona do zakresu i wyrażona w procentach definiuje jej klasę dokładności. Pojęcie maksymalnej wartości błędu można zaadoptować do oceny jakości aparatury pomiarowej przeznaczonej do pomiarów dynamicznych. Wymaga on wyznaczenia specjalnego sygnału wejściowego, który dla przyjętego kryterium będzie generował jego wartość maksymalną. Wtedy jakikolwiek inny sygnał, który mógłby pojawić się na wejściu wzorcowanego systemu, będzie generował błąd zawsze mniejszy lub co najwyżej równy temu maksymalnemu. W ten sposób wszystkie możliwe sygnały, w sposób automatyczny, będą uwzględniane w wartości tego błędu, a zatem wymagania normy JCGM 100:2008 będą spełnione.

Rozwiązanie problemu wyznaczenia sygnału generującego błąd maksymalny wymaga znajomości matematycznego modelu systemu, jego wzorca, założonego kryterium błędu oraz przyjętego interwału, w trakcie którego ten błąd jest generowany. W przypadku systemów przeznaczonych do pomiarów dynamicznych zazwyczaj kryterium błędu definiują pewne operacje matematyczne dokonywane na jego sygnale. Operacje te wynikają z celu i przeznaczenia badanej aparatury. Popularnymi są tutaj kryteria całkowo-kwadratowe (energetyczne), całkowe z funkcją wagi, którą jest czas w odnośnej potęgze oraz kryterium błędu bezwzględnego, ale do chwili obecnej nie zostały opracowane akty normatywne przyporządkowujące definiowane kryteria do oceny jakości określonej aparatury. Różne kryteria błędów powodują konieczność opracowania dedykowanych pod ich kątem procedur określania sygnałów wejściowych, dla których będzie on wyznaczany. Przed przystąpieniem do wyznaczania sygnału maksymalizującego należy upewnić się, że taki sygnał w ogóle istnieje oraz, że istnieje możliwość jego osiągalności. Pozytywna odpowiedź uzasadnia rozpoczęcie poszukiwania przestrzeni rozwiązań, w której się on znajduje a następnie jej zawężenia w celu wyznaczenia dziedziny możliwych jego kształtów. Dowód istnienia interesującego nas sygnału przeprowadzamy w sposób analityczny natomiast wyznaczenie kształtu sygnału może być osiągane zarówno na drodze analitycznej, jeśli jest to możliwe, lub na drodze obliczeń numerycznych, zazwyczaj za pomocą specjalnie do tego celu opracowanych programów. W obydwu jednak przypadkach przestrzeń rozwiązań zależy od modelu badanego przetwornika, ograniczeń nałożonych na sygnał i czasu trwania pomiaru. Wynika stąd łatwy wniosek, że nie istnieje jeden określony sygnał maksymalizujący, nawet dla bardzo podobnych pod względem dynamicznym systemów, tego samego kryterium błędu i identycznego interwału czasu pomiaru, bowiem każdy z modeli je opisujących jest inny i w konsekwencji inne będą ograniczenia nakładane na sygnał. Jednym z ograniczeń jest, z oczywistych powodów, ograniczenie amplitudy sygnału. W przypadku dwóch ograniczeń tym drugim jest maksymalna prędkość sygnału jaką może przenosić wzorcowany system. Prędkość ta wynika bezpośrednio z maksymalnej prędkości jego odpowiedzi na skok jednostkowy, czyli maksymalnej wartości odpowiedzi impulsowej. Wprowadzenie tego ograniczenia umożliwia wzajemną porównywalność przetworników o odmiennych właściwościach dynamicznych i różnych pasmach przeniesienia.

W swojej pracy poświęconej badaniu akcelerometrów rozpatrywałem dwa rodzaje błędów, a mianowicie bezwzględny i całkowo-kwadratowy. W obu przypadkach przyjąłem ograniczenie prędkości wynikające z różnicy odpowiedzi impulsowych badanego przetwornika i jego wzorca.

W przypadku błędu bezwzględnego problem sprowadza się do wyznaczenia takiego sygnału  $u_0 = u(t)$ , który maksymalizuje odpowiedź

$$y(t) = \int_0^t k(t - \tau)u(\tau)d\tau \quad u \in U, \quad t \in [0, T]$$

czyli

$$u_0 \Rightarrow \max \left[ \int_0^t k(t - \tau)u(\tau)d\tau \right] \quad u \in U, \quad t \in [0, T]$$

gdzie  $k(t)$  jest różnicą odpowiedzi impulsowych,  $U$  jest zbiorem dopuszczalnych sygnałów  $u(t)$ , co do których zakłada się ograniczenie w amplitudzie

$$|u(t)| \leq A$$

w przypadku jednego lub

$$|u(t)| \leq A, \quad |\dot{u}_+(t)| \leq \vartheta \quad \text{i} \quad |u(t)| \leq A, \quad |\dot{u}_-(t)| \leq \vartheta$$

w przypadku dwóch ograniczeń, gdzie

$$\vartheta = \max_{t \in [0, \infty]} |\dot{u}(t)| = \max_{t \in [0, \infty]} |k(t)|$$

jest maksymalną prędkością odpowiedzi impulsowej.

Dla kwadratowego kryterium błędu

$$\begin{aligned} I(u) &= \int_0^T \left( \int_0^t k(t - \tau)u(\tau)d\tau \cdot \int_0^t k(t - \tau)u(\tau)d\tau \right) dt = \\ &= \langle Ku, Ku \rangle = \langle K^*Ku, u \rangle, \quad u \in U, \quad t \in [0, T] \end{aligned}$$

gdzie  $Ku$  jest splotem

$$Ku = \int_0^t k(t - \tau)u(\tau)d\tau,$$

operator  $K^*$  jest sprzężony do  $K$

$$K^*u = \int_t^T k(\tau - t)u(\tau)d\tau,$$

$$K^*Ku = \int_t^T k(\tau - t) \left( \int_0^t k(\tau - \nu)u(\nu)d\nu \right) d\tau,$$

problem sprowadza się do wyznaczenia takiego  $u_0 = u(t)$ , które maksymalizuje wyrażenie

$$u_0 \Rightarrow \max \langle F, u \rangle = \max \langle K^*Ku, u \rangle, \quad u \in U$$

czyli spełnia warunek

$$\left\langle \frac{\partial F}{\partial u} \Big|_{u_0}, (u - u_0) \right\rangle \leq 0$$

który po rozwiązaniu daje

$$u(t) = u_0(t) \Rightarrow \text{sign}[K^*Ku_0(t)], \quad u \in U$$

czyli

$$u_0(t) = \text{sign} \left[ \int_t^T k(\tau - t) \left( \int_0^\tau k(\tau - \nu)u_0(\nu)d\nu \right) d\tau \right]$$

Z powyższej relacji łatwo wynika, że sygnał  $u_0(t)$  jest typu „bang-bang”, a odpowiadająca mu wartość maksymalna wynosi

$$\max I(u) = I(u_0) = A^2 \int_0^T \left| \int_t^T k(\tau - t) \left( \int_0^\tau k(\tau - \nu)u_0(\nu)d\nu \right) d\tau \right| dt$$

## 6. Zastosowana metoda identyfikacji parametrycznej akcelerometrów

W prezentowanej pracy w procedurze identyfikacji parametrów wybranych akceleratorów wykorzystana została funkcja celu  $K$  dana wzorem

$$K = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{[K(\omega_n) - K(\omega_n, \theta)]^2}{\sigma_{\tilde{K}(\omega_n)}^2}$$

Modelom akcelerometrów z masą sejsmiczną  $K_{ms}(\omega, \theta_{ms})$  i piezoelektrycznego  $K_{pe}(\omega, \theta_{pe})$  odpowiadają następujące transmitancje widmowe

$$K_{ms}(\omega, \theta_{ms}) = A_{ms}(\omega, \theta_{ms}) \cdot \exp[-j\varphi_{ms}(\omega, \theta_{ms})] = -S \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j2\beta\omega_0\omega}$$

oraz

$$K_{pe}(\omega, \theta_{pe}) = A_{pe}(\omega, \theta_{pe}) \cdot \exp[-j\varphi_{pe}(\omega, \theta_{pe})] = S \frac{\frac{2\beta\omega^2\tau}{\omega_0} - j\omega\tau}{\frac{2\beta\omega^2\tau}{\omega_0} + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 - 1 - j\omega\tau \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{2\beta}{\omega_0\tau}\right]}$$

gdzie  $\theta_{ms} = (S, \omega_0, \beta)$  oraz  $\theta_{pe} = (S, \omega_0, \beta, \tau)$  są wektorami parametrów.

Transmitancję widmową, wynikającą z wektorów punktów pomiarowych charakterystyk amplitudowej  $\mathbf{A}$  i fazowej  $\Phi$  można przedstawić w postaci

$$\mathbf{K}(\omega_n) = \mathbf{A}(\omega_n) \cdot \exp[-j\Phi(\omega_n)], \quad n = 1, 2, \dots, N$$

gdzie  $N$  jest liczbą punktów pomiarowych.

Dane  $\mathbf{A}$  i  $\Phi$  umożliwiają wyznaczenie parametrów wektorów akcelerometrów w sześciu etapach, poprzez zastosowanie analogicznej dla obu typów akcelerometrów procedury identyfikacji.

W pierwszym etapie, na podstawie wektora  $\mathbf{A}$ , poprzez zastosowanie algorytmu L-M wyznaczany jest wektor  $\tilde{\theta}_i$  stanowiący początkowe wartości parametrów modelu akcelerometru. Wektor ten wyznaczany jest w sposób iteracyjny, poprzez minimalizację funkcji celu

$$\tilde{\theta}_i = \min_{\tilde{\theta}} \sum_{n=0}^{N-1} [\mathbf{A}(\omega_n) - A(\omega_n, \tilde{\theta}_k)]^2$$

W kolejnych krokach realizacji algorytmu L-M wyznaczamy wektor

$$\tilde{\theta}_{k+1} = \tilde{\theta}_k^T - [\mathbf{J}^T(\omega, \tilde{\theta}_k)\mathbf{J}(\omega, \tilde{\theta}_k) + \mu_k \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{J}^T(\omega, \tilde{\theta}_k) A(\omega, \tilde{\theta}_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, K$$

Gdzie  $\mathbf{J}(\omega, \tilde{\theta}_k)$  jest macierzą Jakobiego o wymiarach  $(N-1) \times (r-1)$   $K$  i  $r$  oznaczają odpowiednio liczbę iteracji oraz liczbę parametrów modelu.

$$\mathbf{J}(\omega, \tilde{\theta}_k) = \begin{bmatrix} \frac{\partial A(\omega_0, \tilde{\theta}_k)}{\partial \tilde{\theta}_0} & \frac{\partial A(\omega_0, \tilde{\theta}_k)}{\partial \tilde{\theta}_1} & \dots & \frac{\partial A(\omega_0, \tilde{\theta}_k)}{\partial \tilde{\theta}_{r-1}} \\ \frac{\partial A(\omega_1, \tilde{\theta}_k)}{\partial \tilde{\theta}_0} & \frac{\partial A(\omega_1, \tilde{\theta}_k)}{\partial \tilde{\theta}_1} & \dots & \frac{\partial A(\omega_1, \tilde{\theta}_k)}{\partial \tilde{\theta}_{r-1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial A(\omega_{N-1}, \tilde{\theta}_k)}{\partial \tilde{\theta}_0} & \frac{\partial A(\omega_{N-1}, \tilde{\theta}_k)}{\partial \tilde{\theta}_1} & \dots & \frac{\partial A(\omega_{N-1}, \tilde{\theta}_k)}{\partial \tilde{\theta}_{r-1}} \end{bmatrix}$$

Dla wektora  $\tilde{\theta}_{k+1}$   $\mathbf{I}$  i  $\mu_k$  oznaczają odpowiednio macierz jednostkową o wymiarze  $r \times r$  oraz zmienną zależną od zmian wartości przyjętej funkcji celu. W przypadku, gdy funkcja celu w  $k+1$  kroku iteracji przyjmuje wartość większą niż dla kroku  $k$ , wtedy  $\mu_k$  jest wyznaczana przez stałą wartość  $\eta$ , dobieraną w sposób intuicyjny (dla potrzeb niniejszej pracy wartość tę przyjęto jako równą 10). W przypadku zmniejszenia się wartości funkcji celu w kroku  $k+1$ ,  $\mu_k$  jest dzielona przez wartość  $\eta$ .

W etapie drugim, określany jest wektor

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{\delta} = [\pm\delta_0, \pm\delta_1, \dots, \pm\delta_{r-1}]$$

przedstawiający marginesy błędów parametrów wektora  $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i$ . Z przedziałów określonych przez wektor  $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{\delta}$  realizowane będą losowania MC.

W etapie kolejnym, wybierany jest generator liczb pseudolosowych oraz określana jest liczba  $M$  losowań MC.

W etapie czwartym, na podstawie parametrów wylosowanych z zakresów

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_m = [\tilde{S}_m \pm \delta_0, \tilde{\omega}_{0_m} \pm \delta_1, \tilde{\beta}_m \pm \delta_2]$$

dla akcelerometru z masą sejsmiczną oraz

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_m = [\tilde{S}_m \pm \delta_0, \tilde{\omega}_{0_m} \pm \delta_1, \tilde{\beta}_m \pm \delta_2, \tilde{\tau}_m \pm \delta_3]$$

dla akcelerometru piezoelektrycznego, wyznaczane są macierze

$$\tilde{\mathbf{A}}(\omega, \tilde{\boldsymbol{\theta}}) = \begin{bmatrix} \tilde{A}(\omega_0, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0) & \tilde{A}(\omega_0, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_1) & \dots & \tilde{A}(\omega_0, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_m) & \dots & \tilde{A}(\omega_0, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_M) \\ \tilde{A}(\omega_1, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0) & \tilde{A}(\omega_1, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_1) & \dots & \tilde{A}(\omega_1, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_m) & \dots & \tilde{A}(\omega_1, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{A}(\omega_n, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0) & \tilde{A}(\omega_n, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_1) & \dots & \tilde{A}(\omega_n, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_m) & \dots & \tilde{A}(\omega_n, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{A}(\omega_{N-1}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0) & \tilde{A}(\omega_{N-1}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_1) & \dots & \tilde{A}(\omega_{N-1}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_m) & \dots & \tilde{A}(\omega_{N-1}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_M) \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\Phi}(\omega, \tilde{\boldsymbol{\theta}}) = \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}(\omega_0, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0) & \tilde{\Phi}(\omega_0, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_1) & \dots & \tilde{\Phi}(\omega_0, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_m) & \dots & \tilde{\Phi}(\omega_0, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_M) \\ \tilde{\Phi}(\omega_1, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0) & \tilde{\Phi}(\omega_1, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_1) & \dots & \tilde{\Phi}(\omega_1, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_m) & \dots & \tilde{\Phi}(\omega_1, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\Phi}(\omega_n, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0) & \tilde{\Phi}(\omega_n, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_1) & \dots & \tilde{\Phi}(\omega_n, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_m) & \dots & \tilde{\Phi}(\omega_n, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\Phi}(\omega_{N-1}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0) & \tilde{\Phi}(\omega_{N-1}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_1) & \dots & \tilde{\Phi}(\omega_{N-1}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_m) & \dots & \tilde{\Phi}(\omega_{N-1}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_M) \end{bmatrix}$$

W etapie piątym, dla poszczególnych losowań MC, wyznaczana jest funkcja celu

$$\chi_m^2 = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{[\mathbf{K}(\omega_n) - \tilde{\mathbf{K}}(\omega_n, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_m)]^2}{\sigma_{\mathbf{K}}^2(\omega_n)}$$

gdzie  $\sigma_{\mathbf{K}}^2(\omega_n)$  wyznacza się w oparciu o transmitancję wynikającą z wektorów punktów pomiarowych.

W etapie ostatnim, wyznaczana jest minimalna wartość funkcji celu oraz odpowiadający jej numer losowania  $m_c$ . Wektor parametrów uzyskany dla losowania  $m_c$  oznaczany jest przez  $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_c$ . Stanowi on optymalną estymację parametrów modelu akcelerometru.

W celu sprawdzenia zgodności danych pomiarowych obu charakterystyk częstotliwościowych z modelem akcelerometru, określonym przez wektor  $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_c$  badane jest spełnienie testu

$$\chi_{v,1-\alpha}^2 \leq \sum_{n=0}^{N-1} \frac{[\mathbf{K}(\omega_n) - \tilde{\mathbf{K}}(\omega_n, \tilde{\boldsymbol{\theta}}_m)]^2}{\sigma_{\mathbf{K}}^2(\omega_n)} \leq \chi_{v,\alpha}^2$$

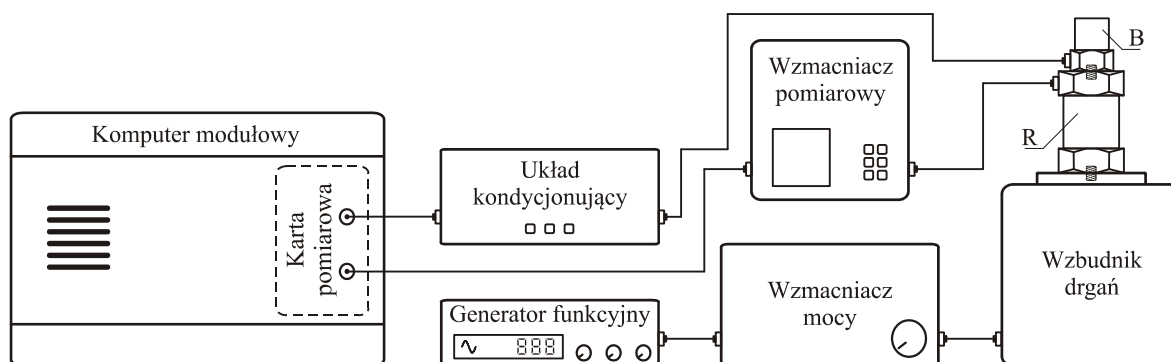
gdzie  $\chi_{v,\alpha}^2$  stanowi  $\alpha$  - kwantylowy rozkład  $\chi^2$  z  $2N - r$  stopniami swobody i  $\alpha = 0.05$ .



## 7. Wybrane wyniki badań

### 7.1 Wyniki identyfikacji parametrycznej

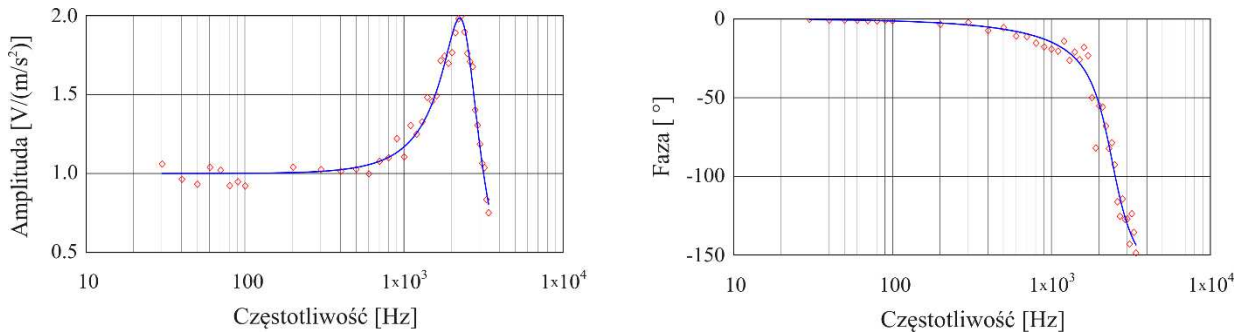
Identyfikacja parametrów akcelerometrów została przeprowadzona poprzez aproksymację punktów pomiarowych charakterystyk częstotliwościowych za pomocą procedury omówionych w podrozdziale 6. Punkty pomiarowe zostały wyznaczone metodą „back-to-back” zgodnie z normą ISO 16063-22.



**Rys. 7.1.** Schemat blokowy systemu pomiarowego do wyznaczania charakterystyk częstotliwościowych akcelerometrów metodą „back-to-back”. Akcelerometry B badany, R wzorcowy

**Tabela. 7.1** Punkty pomiarowe charakterystyk częstotliwościowych

f[Hz]	Amplituda [V/(m/s <sup>2</sup> )]	Faza [°]	f[Hz]	Amplituda [V/(m/s <sup>2</sup> )]	Faza [°]
30	1.06	-0.14	1500	1.46	-25.81
40	0.96	-0.70	1600	1.49	-18.05
50	0.93	-0.79	1700	1.72	-23.30
60	1.04	-0.70	1800	1.74	-49.94
70	1.02	-1.02	1900	1.70	-81.96
80	0.92	-1.29	2000	1.77	-55.09
90	0.95	-0.79	2100	1.89	-55.95
100	1.04	-1.16	2200	1.98	-67.97
200	0.95	-3.44	2300	2.00	-82.25
300	1.03	-2.27	2400	1.90	-78.60
400	1.01	-7.35	2500	1.76	-92.54
500	1.03	-5.44	2600	1.71	-116.13
600	1.00	-10.75	2700	1.68	-125.35
700	1.08	-11.19	2800	1.40	-114.36
800	1.10	-15.32	2900	1.31	-127.22
900	1.22	-17.75	3000	1.19	-126.97
1000	1.11	-19.10	3100	1.06	-143.00
1100	1.30	-20.38	3200	1.04	-123.67
1200	1.25	-14.16	3300	0.84	-135.55
1300	1.33	-26.27	3400	0.75	-148.59
1400	1.48	-20.96	-	-	-



**Rys. 7.2** Charakterystyki częstotliwościowe

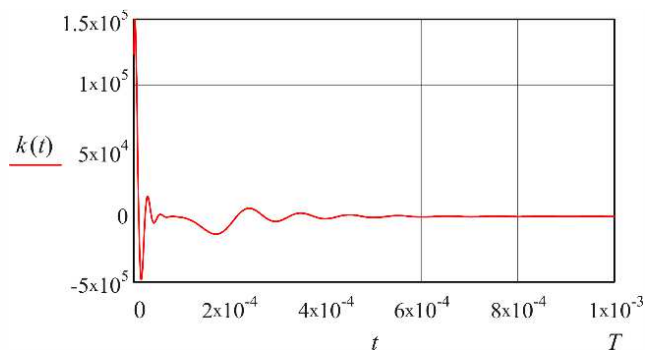
**Tabela. 7.2** Wyniki identyfikacji parametrycznej

$S$ [V/(m/s <sup>2</sup> )]	$f_{\text{cut}} (10\%)$ [Hz]	$f_0$ [Hz]	$\beta$
1.0	850	2405	0.261

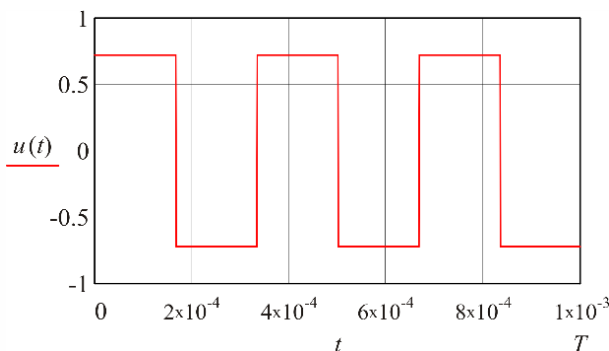
## 7.2 Wyniki obliczeń dla błędu całkowo-kwadratowego

Wyznaczenie charakterystyki błędu  $I(u_0)$  dla przykładowego akcelerometru DYTRAN 3220C.

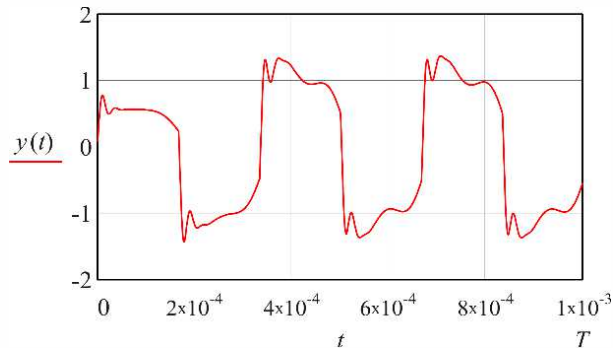
Sygnał  $u_0(t)$  z ograniczeniem amplitudy  $A = 0.722V$ ,



**Rys. 7.3** Różnica odpowiedzi impulsowych akcelerometru i wzorca.

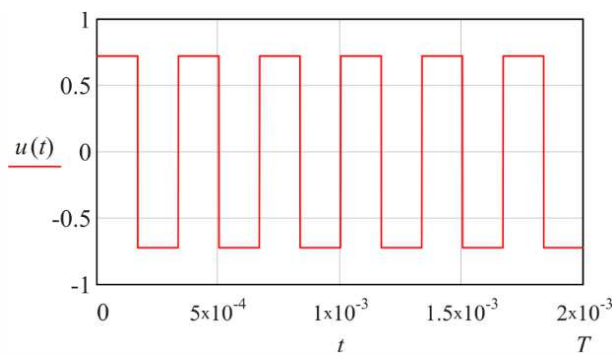


**Rys. 7.4** Sygnał  $u_0(t)$  dla  $T = 0.001 s$

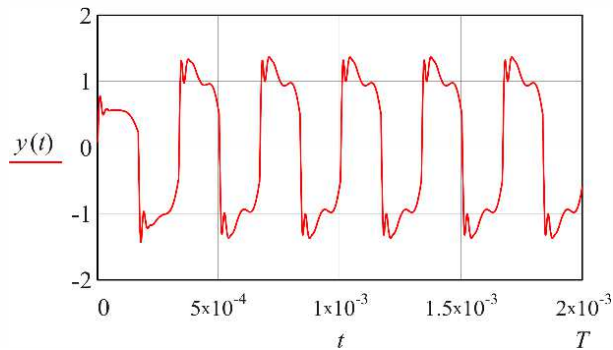


Rys. 7.5 Różnica odpowiedzi akcelerometru i wzorca na  $u_0(t)$ ,

$$\text{Błąd } I(u_0) = 1.84 \cdot 10^{-3} \text{ V}^2\text{s}$$

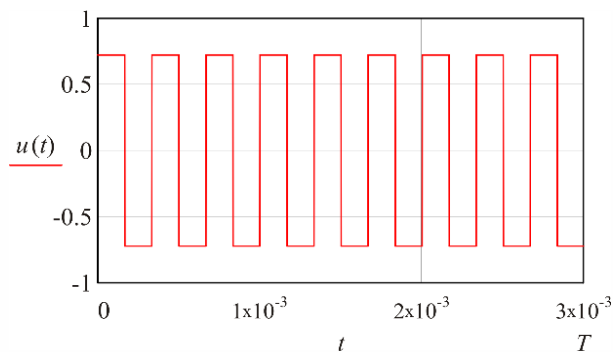


Rys. 7.6 Sygnał  $u_0(t)$  dla  $T = 0.002$  s

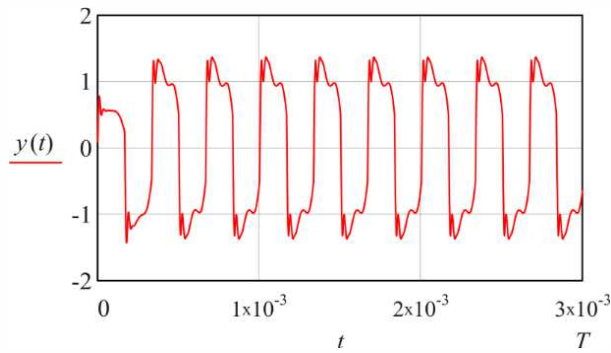


Rys. 7.7 Różnica odpowiedzi akcelerometru i wzorca na  $u_0(t)$ ,

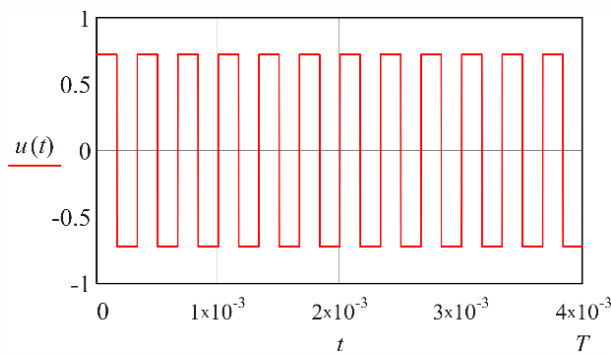
$$\text{Błąd } I(u_0) = 3.94 \cdot 10^{-3} \text{ V}^2\text{s}$$



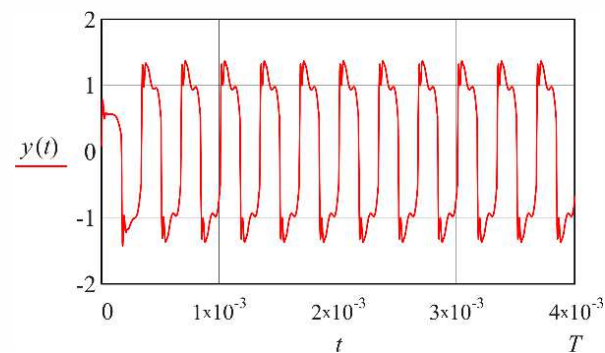
Rys. 7.8 Sygnał  $u_0(t)$  dla  $T = 0.003$  s



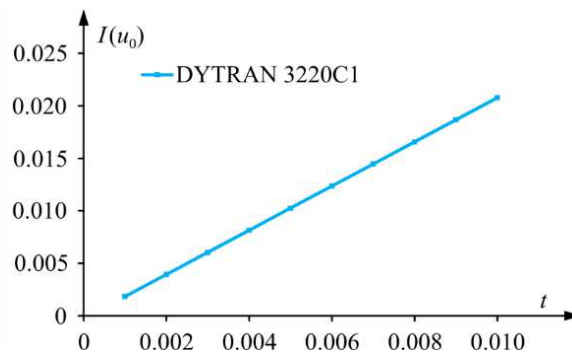
**Rys. 7.9** Różnica odpowiedzi akcelerometru i wzorca na  $u_0(t)$ ,  
**błąd  $I(u_0) = 6.05 \cdot 10^{-3} V^2s$**



**Rys. 7.10** Sygnał  $u_0(t)$  dla  $T = 0.004 s$



**Rys. 7.11** Różnica odpowiedzi akcelerometru i wzorca na  $u_0(t)$ ,  
**Błąd  $I(u_0) = 8.15 \cdot 10^{-3} V^2s$**

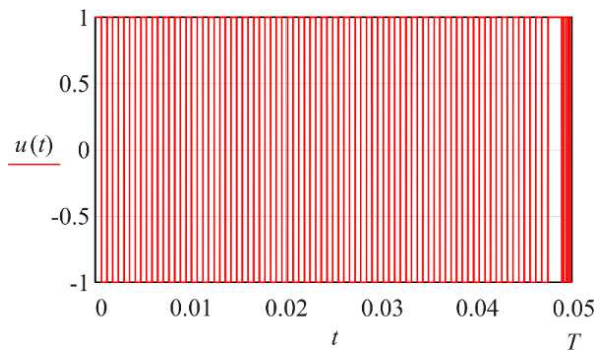


**Rys. 7.24** Liniowa zależność błędu  $I(u_0)$  od czasu dla sygnał  $u_0(t)$  z ograniczeniem amplitudy

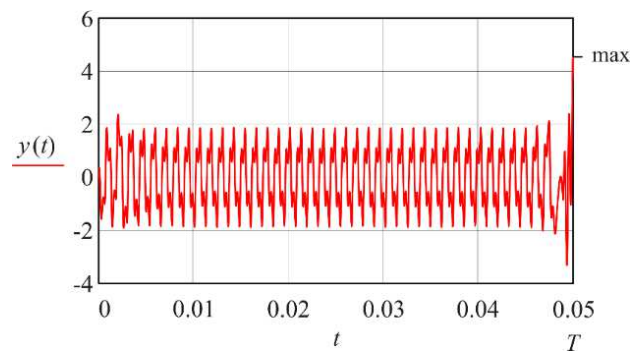
### 7.3 Wyniki obliczeń dla błędu bezwzględnego

Rysunki 7.25 do 7.28 ilustrują przykładowe przebiegi sygnałów wykorzystywane do obliczenia błędu bezwzględnego  $D(u_0)$ .

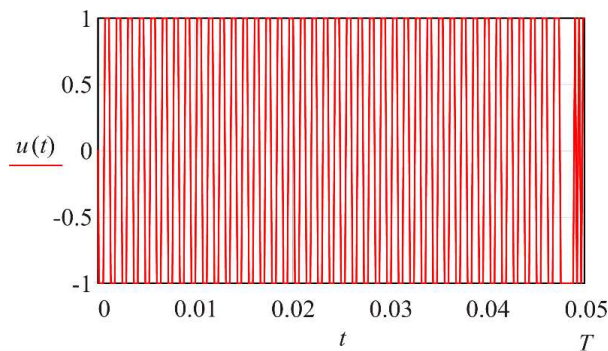
#### Przetwornik ALTHEN 731-207



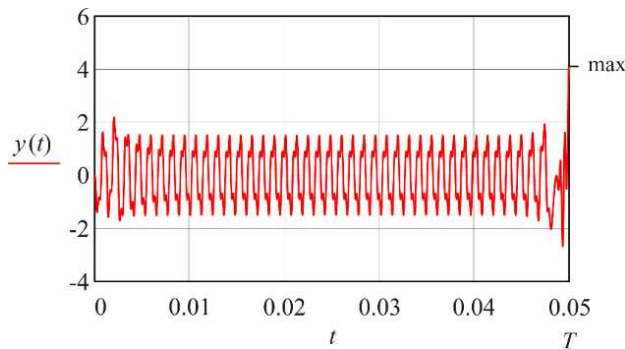
**Rys. 7.25** Sygnał  $u_0(t)$  z ograniczeniem  $A = 1 \text{ V}$  dla  $T = 0.05 \text{ s}$



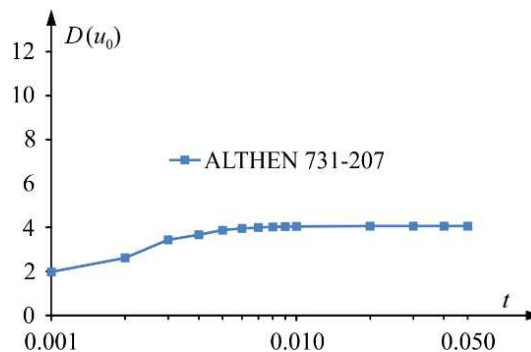
**Rys. 7.26** Różnica odpowiedzi akcelerometru i wzorca na  $u_0(t)$ ,  
**błąd  $D(u_0) = 4.54 \text{ Vs}$**



**Rys. 7.27** Sygnał  $u_0(t)$  z ograniczeniami  $A = 1 \text{ V}$  i  $\vartheta = 10 \text{ 613 m/V}$  dla  $T = 0.05 \text{ s}$



**Rys. 7.28** Różnica odpowiedzi akcelerometru i wzorca na  $u_0(t)$ ,  
błąd  $D(u_0) = 4.065 \text{ Vs}$



**Rys. 7.29** Nieliniowa zależność błędu  $D(u_0)$  od czasu dla sygnał  $u_0(t)$   
z ograniczeniem amplitudy i prędkości narastania

## 8. Wnioski

1. Teza pracy została potwierdzona na podstawie przedstawionych w pracy rozwiązań teoretycznych oraz pozytywnych wyników przeprowadzonych badań dotyczących przetworników piezoelektrycznych z wyjściami napięciowym i ładunkowym. Wykazano, że możliwe jest wyznaczenie błędów generowanych przez przetworniki pomiarowe przeznaczone do pomiarów dynamicznych oraz ich hierarchii dokładności w sposób umożliwiający ich wzajemną, metrologiczną porównywalność niezależnie od ich odmiennych danych znamionowych i konstrukcyjnych oraz różnych zakresów pracy.
2. Oryginalne osiągnięcia pracy:
  - przedstawienie metody identyfikacji spójnej dla przetworników z wyjściami napięciowym i ładunkowym,
  - zastosowanie jednolitego wzorca dla kryteriów błędu całkowo-kwadratowego i bezwzględnego,
  - zastosowanie dyskretnych algorytmów obliczeniowych,
  - zastosowanie nowego podejścia do realizacji procedury przeszukującej opartej o algorytm genetyczny,
  - wykazanie liniowej zależności błędu całkowo-kwadratowego od czasu,
  - określenie poziomu szczytu rezonansowego, przy którym sygnał z jednym i z dwoma ograniczeniami generuje zbliżoną wartość błędu,
  - określenie braku praktycznego zastosowania kryterium całkowo-kwadratowego w przypadku przetworników o różnych wartościach szczytu rezonansowego ze względu na bardzo duże różnice wartości błędów,
  - ustalenie hierarchii dynamicznej dokładności badanych przetworników.

## 9. Wybrane pozycje literatury

- [1] A. Żuchowski, A. Metal, A. Podemski, S. Kubisa, J. Zakrzewski. *Wstęp do teorii pomiarów dynamicznych*. Prace monograficzne, nr 15, Politechnika Szczecińska, Szczecin 1963.
- [2] S. Skoczowski, W. Wysocki, A. Żuchowski. *Nowe problemy pomiarów dynamicznych*. Zeszyty Naukowe Politechniki Szczecińskiej nr 120. Prace monograficzne nr 60. Szczecin, 1970.
- [3] A. Żuchowski. *Technika pomiarów dynamicznych*. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, Szczecin 1974.
- [4] V. A. Antoshin *Standardized Metrological Characteristics of Measurement Methods*. Springer. Translated from Izmeritel'naya Tekhnika. No. 5, pp. 36-38, 1977.
- [5] *Metrological Characteristics of Measuring Systems. Regulation Principles. Second Preliminary Draft for OIML Recommendation PS 21/RS4*. Paris, International Organization of Legal Metrology, 1979.
- [6] *Standardized Metrological Characteristics of Dynamic Properties of Measuring Instruments. Second Preliminary Draft for OIML Recommendation PS 21/RS2*. Paris. International Organization of Legal Metrology, 1979.
- [7] E. G. Woschni. *Relations between the different definitions of dynamic errors in measurements and results for practical application*. VIII IMEKO Congress. Moscow, 1979.
- [8] P. Eykhoff. *Identyfikacja w układach dynamicznych*. PWN Warszawa 1980.
- [9] R. Hagel, J. Zakrzewski. *Miernictwo dynamiczne*. WNT Warszawa 1984.
- [10] L. Ljung. *System identification*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1987.
- [11] *Metrological Characteristics of Measuring Systems. Specification Principles. Draft PS 21/RS4*. Paris, International Organization of Legal Metrology, 1987.
- [12] V. Zakian. *Perspectives of the Principle of Matching and the Method of Inequalities*. International. Journal of Control, Vol. 65, pp.147-175, 1996.
- [13] S. Skoczowski. *Evaluation of order and the spread of time constants for aperiodic processes using step response*. Control Eng. Practice, Vol. 5, No. 8, pp. 1077-1089, 1997.
- [14] A. Żuchowski. *Uproszczone modele dynamiki*. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, Szczecin 1998.
- [15] J. Nocedal, S. Wright. *Numerical Optimization*. Springer, New York, 1999.
- [16] J. Webster. *The measurement, instrumentation and sensors handbook*. Published by CRC Press LLC and Springer Verlag Heidelberg, 1999.
- [17] J. Zakrzewski. *Czujniki i przetworniki pomiarowe: podręcznik problemowy*. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2004.
- [18] J. Zakrzewski. *Miernictwo dynamiczne - Historia i stan obecny*. Sympozjum Naukowe, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, str. 31-42. 13-21, Szczecin 2005.
- [19] S. Kubisa. *Intuicja i symulacja Monte Carlo podstawa analizy niedokładności pomiarów*. PAK, Nr 9, pp. 3-8, 2007.
- [20] S. Kubisa. *Sześć podejść do oceny miary niedokładności pomiaru - od determinizmu po symulację Monte Carlo*. PAK, Nr 2, str. 8-11, 2007.

- [21] GUM: Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. Bureau International des Poids et Mesures, 2008.
- [22] I. P. Zakharov, S. V. Vodotyka. *Application of Monte Carlo simulation for the evaluation of measurements uncertainty. Metrology and Measurement Systems*. Vol. XV, No 1, pp. 117-123, 2008.